

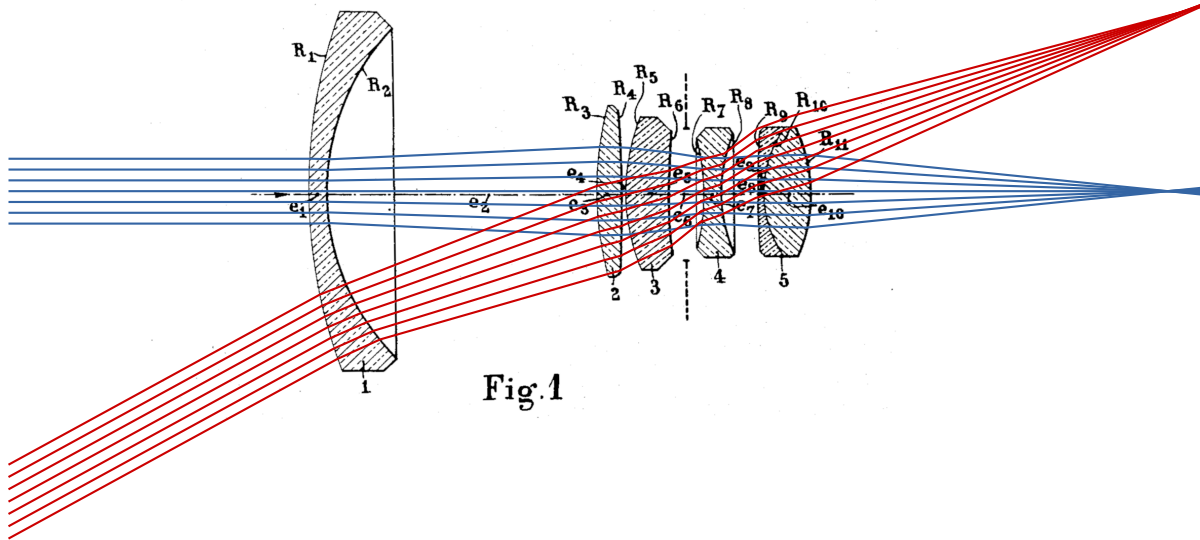
Aug. 18, 1953

P. ANGENIEUX

2,649,022

WIDE-ANGLE PHOTOGRAPHIC OBJECTIVE LENS ASSEMBLY

Filed July 29, 1950



# Œil et instruments d'optique

GEIPI 2A

A. Coillet

[aurelien.coillet@u-bourgogne.fr](mailto:aurelien.coillet@u-bourgogne.fr)

Année universitaire 2019-2020



# Table des matières

<b>1</b>	<b>L'œil et la vision</b>	<b>3</b>
1.1	Anatomie de l'œil . . . . .	3
1.2	Éléments cardinaux de l'œil . . . . .	6
1.3	Vision normale des objets . . . . .	8
1.4	Amétropies et leurs corrections . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Instruments d'optiques classiques</b>	<b>13</b>
2.1	Classification des instruments . . . . .	13
2.2	La loupe . . . . .	14
2.3	Le microscope . . . . .	15
2.4	La lunette astronomique et le télescope . . . . .	17
2.5	L'appareil photographique . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Aberrations</b>	<b>24</b>
3.1	Aberrations géométriques . . . . .	24
3.2	Aberrations chromatiques . . . . .	26

# 1 L'œil et la vision

## 1.1 Anatomie de l'œil

L'œil est un globe de diamètre voisin de 25 mm qu'on peut diviser en trois enveloppes successives : les *tuniques*.

**Tunique externe** L'œil est limité par une membrane résistante, inextensible et opaque, la *sclérotique*. C'est ce qui correspond au « blanc de l'œil » et représente 93 % de la *tunique externe*. La *cornée* correspond aux 7 % restants et est transparente. Elle est recouverte d'une fine membrane transparente, la *conjonctive*.

**Tunique moyenne** L'intérieur de la sclérotique est recouvert par la *choroïde*, couche richement vascularisée qui assure la nutrition de l'iris et des photorécepteurs rétiniens. La choroïde est opaque : elle permet donc à la fois de maintenir l'œil en chambre noire pour pouvoir former efficacement des images, et de le protéger thermiquement. En avant de l'œil, la *tunique moyenne* se poursuit avec l'*iris* qui donne sa couleur à l'œil, et qui est percé en son centre par la *pupille*. Cette pupille se dilate et se contracte selon l'intensité de la lumière, grâce à l'action des muscles lisses de l'iris. Le corps ciliaire contient un réseau de muscles qui permettent de modifier la courbure du cristallin afin de rendre la vision nette. Le *cristallin* est un petit disque fibreux, transparent et flexible qui joue le rôle d'élément optique et forme une image nette du monde extérieur sur la rétine.

**Tunique interne** La *rétine* tapisse le fond de l'œil. Elle est formée de cellules sensorielles, les *cônes* (pour la vision diurne c'est-à-dire de jour) et les bâtonnets (vision nocturne), et de cellules nerveuses, les neurones. La concentration en cônes sur la rétine est maximale au niveau de la *macula*, et au centre de celle-ci, on trouve la *fovéa*, la zone d'acuité maximale de l'œil, composée uniquement de cônes serrés les uns contre les autres. La *tâche aveugle* est la zone où les neurones se réunissent pour former le nerf optique. Elle ne contient donc aucune cellule photosensible.

Toutes ces définitions sont rassemblées en figure 1.1. L'œil est composé d'une suite de milieux transparents séparés par des surfaces qui ont approximativement une symétrie de révolution. En pénétrant dans l'œil, la lumière passe successivement :

**La cornée** Cette membrane en forme de calotte sphérique a un indice de 1,377 et un rayon de courbure de 8 mm. Son diamètre moyen est d'environ 12 mm, son épaisseur au centre de 0,55 mm et de 1 mm en périphérie. C'est la surface la plus puissante optiquement de l'œil, avec une vergence de 42 sur les 59 que compte l'œil.

**L'humeur aqueuse** C'est un liquide transparent d'indice 1,337 (très proche de celui de l'eau) constamment renouvelé toutes les 2 à 3 heures et responsable du maintien de la pression intra-oculaire.

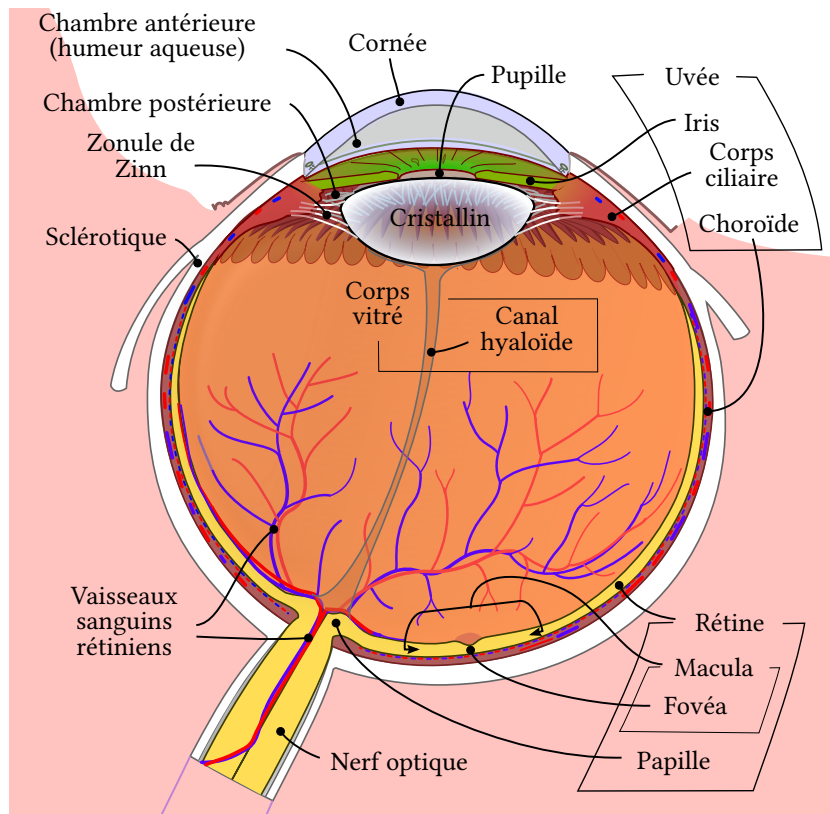


FIGURE 1.1 – Anatomie simplifiée de l'œil : vue en coupe dans un plan horizontal.

**Le cristallin** C'est une lentille convergente (biconvexe) élastique de distance focale variable, d'un diamètre d'environ 9 à 10 mm, d'indice 1,42 et d'épaisseur au repos de 4,5 mm environ. La distance focale du cristallin est modifiée grâce aux muscles ciliaires qui en changeant la courbure (on parle d'*accommodation*), permettant que l'image des objets observés se forme toujours sur le rétine. Sa vergence est de l'ordre de 22 au repos et peut augmenter de 10 à 20. En avant du cristallin se trouve l'iris qui sert de rôle de diaphragme, limitant ainsi la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil et permettant également de travailler au mieux dans les conditions de Gauss.

**Le corps vitré** Ce liquide gélatineux clair et transparent occupe plus des 2/3 du volume de l'œil. Son rôle est d'amortir les chocs, maintenir la rigidité du globe oculaire et de garder la rétine en place bien collée au fond de l'œil. Son indice est de 1,336 et il est composé à 98 % d'eau et de 2 % de fibres de collagène.

Après avoir traversé ces éléments, la lumière est captée sur la rétine, membrane composée de cellules nerveuses sensibles à la lumière : les cônes et les bâtonnets. Ces deux types de récepteurs transforment la lumière incidente en influx nerveux que le cerveau interprète ensuite.

**Les bâtonnets** Ils sont localisés sur le pourtour de la rétine et sont très sensibles à la lumière : ils servent principalement en vision *scotopique*, c'est-à-dire en vision nocturne. Ils ne permettent pas de percevoir des détails, puisque plusieurs dizaines de bâtonnets

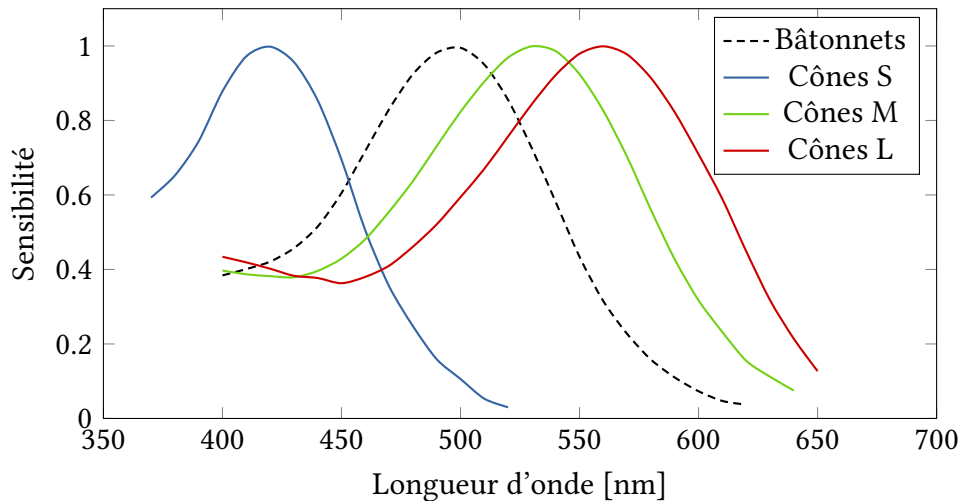


FIGURE 1.2 – Courbe de sensibilité spectrale normalisée des photorécepteurs, cônes et bâtonnets. D’après H. J. A. Dartnall, J. K. Bowmaker, J. D Mollon, « Human visual pigments : Microspectrophotometric Results from the Eyes of Seven Persons, » *Proceedings of the Royal Society B*, 222 1218 (1983).

sont reliés à une seule fibre du nerf optique. Ils ne permettent pas non plus de percevoir la couleur.

**Les cônes** Ils sont concentrés sur une surface elliptique horizontale d’environ 2 à 3 mm<sup>2</sup> au voisinage de l’axe : la *macula*. Leur concentration est maximale au centre de la macula, au niveau de la *fovéa*. C’est l’endroit le plus sensible à la lumière de la rétine, et celle qui donne la vision la plus précise : lorsqu’on fixe un objet, son image est formée sur la fovéa. Les cônes nécessitent plus de lumière que les bâtonnets pour émettre un influx nerveux, ils servent donc en vision diurne. Il existe 3 sortes de cônes :

- Les cônes L, sensibles aux longueurs d’ondes les plus longues, avec un maximum d’absorption à 565 nm.
- Les cônes M sensibles aux longueurs d’onde moyennes, avec un pic d’absorption à 535 nm.
- Les cônes S sensibles aux faibles longueurs d’ondes, autour de 430 nm. Ces derniers sont environ 100 fois moins nombreux que les autres.

La sensibilité des cônes et des bâtonnets dépend donc de la longueur d’onde ; c’est ce qui nous permet de voir en *couleurs*. La figure 1.2 représente ces courbes de sensibilité en fonction de la longueur d’onde. Pour un œil normal en vision diurne (*vision photopique*), le maximum de sensibilité se situe dans le jaune-vert, pour une longueur d’onde de 555 nm. Cette valeur résulte de la combinaison des courbes de sensibilité des trois types de cônes. Dans le cas de la vision nocturne (*vision scotopique*), ce sont les bâtonnets qui assurent la perception, et le maximum de sensibilité se déplace dans le bleu, pour une longueur d’onde autour de 500 nm. On appelle ce décalage l’*effet Purkinje*.

$n_C$	$n_{HA}$	$n_{CR}$	$n_{CV}$	$R_1$	$R_2$	$\overline{S_1 S_2}$	$R_3$	$R_4$	$\overline{S_3 S_4}$	$\overline{S_1 S_3}$
1,377	1,337	1,420	1,336	7,8 mm	6,5 mm	0,55 mm	10,2 mm	-6 mm	4 mm	3,6 mm

TABLE 1.1 – Paramètres géométriques et optiques de l'œil moyen.

## 1.2 Éléments cardinaux de l'œil

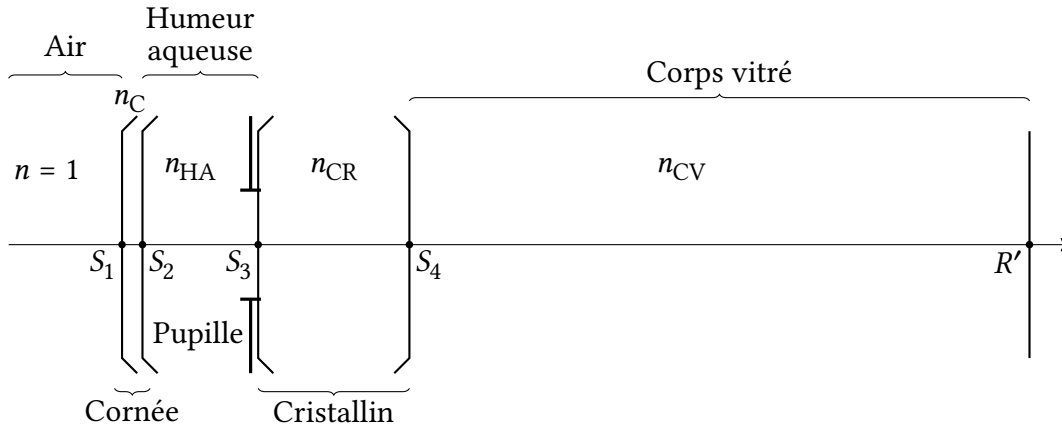


FIGURE 1.3 – Modèle de l'œil humain.

On peut considérer que l'œil est composé de quatre dioptrés sphériques dont les centres sont situés sur l'axe visuel :

- $\Sigma_1$  Dioptré air - face avant de la cornée.
- $\Sigma_2$  Dioptré face arrière de la cornée - humeur aqueuse.
- $\Sigma_3$  Dioptré humeur aqueuse - face avant du cristallin.
- $\Sigma_4$  Dioptré face arrière du cristallin - corps vitré.

On note  $R_i$  les rayons de courbure et  $S_i$  les sommets des dioptrés  $\Sigma_i$ , avec  $i = [1, 2, 3, 4]$ . Les indices sont notés  $n_C$  pour la cornée,  $n_{HA}$  pour l'humour aqueuse,  $n_{CR}$  pour le cristallin et  $n_{CV}$  pour le corps vitré. Les différents paramètres d'un œil moyen sont rassemblés dans le tableau 1.1 et une représentation de cet œil théorique est donnée en figure 1.3. La longueur totale de l'œil est  $\overline{S_1 R'} = 24$  mm.

On peut associer les deux dioptrés cornéens pour déterminer les éléments cardinaux de ce système centré. On peut faire de même pour le cristallin, et terminer en associant ces deux systèmes centrés. Le système centré obtenu modélisera entièrement les propriétés de l'œil. Afin de caractériser entièrement chaque sous-système, il nous faudra déterminer à chaque étape la vergence et la position des points principaux objets et images.

**Q 1.2 - 1** On commence par s'intéresser au système formé des deux dioptrés de la cornée. Calculer la vergence ainsi que les distances focales objet et image des dioptrés d'entrée  $\Sigma_1$  et de sortie  $\Sigma_2$  de la cornée. On utilisera les valeurs du tableau 1.1. Où sont localisés les points principaux des dioptrés ?

**Q 1.2 - 2** En utilisant la formule de Gullstrand, déterminer la vergence totale de la cornée  $V_C$  et calculer sa valeur. En déduire les longueurs focales objet  $f_C = \overline{H_C F_C}$  et image  $f'_C = \overline{H'_C F'_C}$ .

**Q 1.2 - 3** Déterminer la valeur de l'intervalle optique  $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$  connaissant la distance  $e = \overline{S_1 S_2}$ .

**Q 1.2 - 4** Déterminer les expressions des positions des points focaux objet  $\overline{F_1 F_C}$  et image  $\overline{F'_2 F'_C}$  en utilisant la formule de Newton, puis exprimer ce résultat par rapport aux sommets des deux dioptries :  $\overline{S_2 F'_C}$  et  $\overline{S_1 F_C}$ .

**Q 1.2 - 5** En déduire les positions des points principaux  $\overline{S_1 H_C}$  et image  $\overline{S_2 H'_C}$ , ainsi que la distance les séparant  $\overline{H_C H'_C}$ . Faire les applications numériques en utilisant les valeurs de 1.1.

Pour le système équivalent à la cornée, on trouve :

$V_C$	$f'_C$	$f_C$	$\overline{S_1 H_C}$	$\overline{S_2 H'_C}$	$\overline{H_C H'_C}$
42,30	31,61 mm	-23,64 mm	-0,0581 mm	-0,6102 mm	-0,002 mm

Pour le système équivalent au cristallin, on trouve :

$V_{CR}$	$f'_{CR}$	$f_{CR}$	$\overline{S_3 H_{CR}}$	$\overline{S_4 H'_{CR}}$	$\overline{H_{CR} H'_{CR}}$
21,82	61,24 mm	-61,28 mm	2,417 mm	-1,404 mm	0,1795 mm

Le système équivalent à l'œil est l'association de ces deux sous-systèmes, cornée et cristallin, et ses éléments cardinaux sont :

$V$	$f'$	$f$	$\overline{S_1 H'}$	$\overline{S_1 H}$	$\overline{S_1 F'}$	$\overline{S_1 F}$	$\overline{H H'}$
59,92	22,30 mm	16,69 mm	1,91 mm	1,60 mm	24,21 mm	-15,09 mm	0,313 mm

Les éléments cardinaux de l'œil constituent l'*œil théorique*. Il est représenté par le schéma de la figure 1.4.

Le point focal image  $F'$  est situé sur la rétine, à une distance de 24,2 mm du sommet de la cornée, et la longueur focale image vaut :

$$f' = \overline{H' F'} = \frac{n_{CV}}{V} = 22,3 \text{ mm} \quad (1.2.1)$$

La distance focale objet vaut :

$$f = \overline{H F} = -\frac{1}{V} = -16,7 \text{ mm} \quad (1.2.2)$$

et le point focal objet  $F$  est donc situé 15 mm en avant de la cornée.

**Œil réduit** Le calcul des éléments cardinaux de l'œil théorique fait apparaître que la distance entre les plans principaux  $\overline{H H'} = 0,3 \text{ mm}$  est faible devant les longueurs focales. On peut alors faire l'approximation que ces deux plans sont confondus : on a donc  $H \sim H'$ . On peut alors réduire l'œil à un *dioptre sphérique unique* caractérisé par :

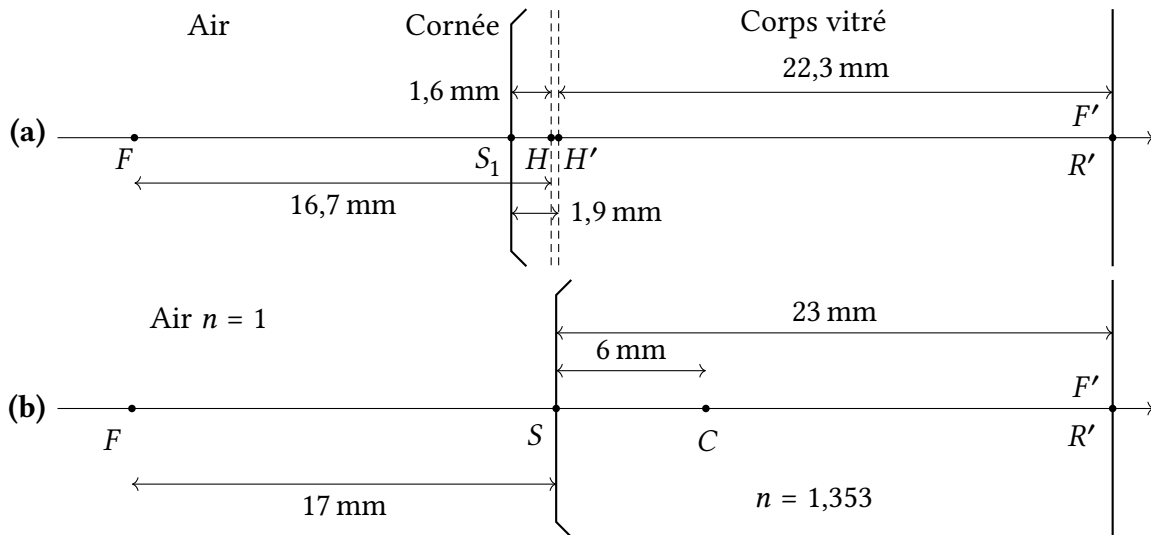


FIGURE 1.4 – (a) Représentation conventionnelle de l’œil théorique, avec ces éléments cardinaux. (b) Œil réduit où les plans principaux sont considérés comme identiques.

- Indices extrêmes  $n_o = 1$  et  $n_i = 1,353$ .
- Sommet  $S$  situé à 2 mm en arrière de la cornée.
- Distances focales  $f = \overline{SF} = -17$  mm et  $f' = \overline{SF'} = 23$  mm.
- Rayon  $\overline{SC}$  voisin de 6 mm.

Cette approximation s’appelle l’œil réduit.

### 1.3 Vision normale des objets

**Champ de l’œil** Le champ de l’œil est l’ensemble des points dont l’image se forme sur la rétine. Ces objets sont contenus dans un cône d’angles au sommet compris entre  $60^\circ$  et  $90^\circ$ , et dont l’axe est l’axe optique. Tous ces points sont visibles, mais seuls les objets dont l’image se forme dans la fovéa sont vus nettement : ces objets sont situés dans un cône d’angle au sommet de  $1^\circ$  seulement.

**Résolution de l’œil normal** La rétine étant formée de cellules, l’image sur la rétine du plus petit objet visible a la dimension d’une cellule, soit environ  $5 \mu\text{m}$ . Ceci correspond à un angle de vision de l’ordre de la minute d’angle, c’est-à-dire  $1/60^\circ$ . L’*acuité visuelle* mesure l’angle  $u$  (en minutes d’angle) sous lequel est vu le plus petit détail permettant la reconnaissance de la plus petite lettre :

$$V = \frac{1}{u} \quad (1.3.1)$$

Ainsi, une vision normale distinguera des détails d’une minute d’angle, et son acuité visuelle sera de 1, soit  $10/10^e$ . Si les plus petits détails distingués correspondent à un angle  $u = 5$  minutes d’angle, l’acuité visuelle ne sera que de 5 dixièmes.

**Accommodation** Comme le foyer est situé sur la rétine, l'observateur voit nettement et sans effort les objets situés à l'infini. Si l'œil était rigide, les objets proches ne pourraient être vus nettement, puisque leurs images se formeraient en arrière de la rétine. L'œil est capable d'augmenter la vergence du cristallin par le biais des muscles ciliaires. L'image peut alors être ramenée dans le plan de la rétine : on parle d'*accommodation*.

Pour l'œil au repos (sans accommodation), le point le plus éloigné vu nettement est le *punctum remotum*  $P_R$  situé à la distance  $S_1P_R$  de la cornée. Pour un œil normal, ce point est situé à l'infini : on parle alors d'œil *emmétrope*. Dans le cas contraire, c'est-à-dire si  $S_1P_R < \infty$ , l'œil est dit *amétrope*.

Le point le plus proche vu nettement est le *punctum proximum*  $P_P$  situé à une distance  $S_1P_P$  de la cornée. Ce point correspond à une accommodation maximale de l'œil. Pour un individu âgé d'une vingtaine d'années,  $P_P$  est situé à une distance de l'ordre de 25 cm. Il est possible de diminuer cette distance à 15 cm par un phénomène volontaire et au prix d'une fatigue visuelle importante.

Le segment  $P_RP_P$  de vision nette est appelé *parcours d'accommodation* (voir figure 1.5). En vieillissant,  $P_R$  se rapproche et  $P_P$  s'éloigne de la cornée, conduisant à une diminution du parcours d'accommodation.

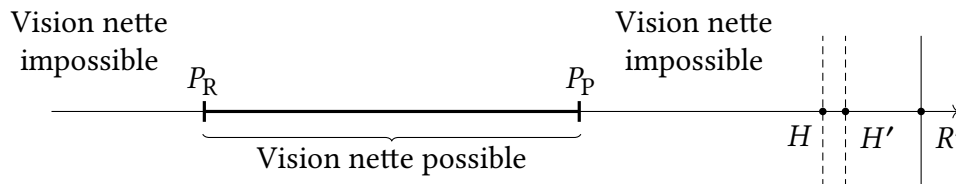


FIGURE 1.5 – Parcours d'accommodation. Les objets compris entre les points  $P_R$  et  $P_P$  peuvent être vus nettement par l'œil en accommodant. Les points situés hors de ce segment ne peuvent pas être vus de manière nette.

Au *punctum proximum*, la vergence de l'œil vaut  $V = 1/\overline{SP_P}$ , et au *punctum remotum*, elle vaut  $V = 1/\overline{SP_R}$ . L'*amplitude dioptrique d'accommodation* est définie comme la quantité :

$$A = \frac{1}{\overline{SP_R}} - \frac{1}{\overline{SP_P}} \quad (1.3.2)$$

Pour un œil normal,  $A = 1/0,25 - 1/\infty = 4$ .

## 1.4 Amétropies et leurs corrections

Les amétropies sont définies à partir de l'œil emmétrope : on parle d'*amétropie* dès lors que le *punctum remotum* ne se trouve pas à l'infini. Dans ce cas, un œil au repos ne pourra pas faire une image nette sur la rétine d'un objet à l'infini. Il existe deux types d'amétropies, selon que l'image se forme en avant (on parle de *myopie*), ou en arrière de la rétine (on parle d'*hypermétropie*).

**Myopie** L'œil myope est trop profond pour sa convergence, c'est-à-dire que la rétine est trop éloignée du cristallin, ou trop convergent pour sa profondeur (cristallin trop bombé). Son foyer image  $F'$  est donc situé en avant de la rétine lorsqu'il est au repos. Pour une myopie moyenne, le punctum remotum est situé à une distance de la cornée de l'ordre de  $S_1P_R \sim 30$  cm et le punctum proximum est à une distance de quelques centimètres. La figure 1.6 reprend ces notions.

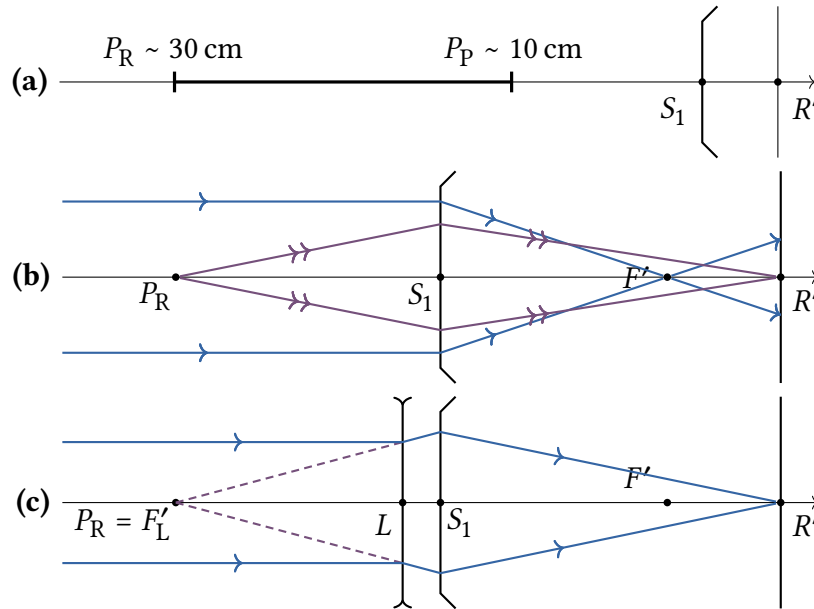


FIGURE 1.6 – (a) Parcours d'accommodation d'un œil myope typique. (b) Trajet des rayons lumineux dans le cas d'un œil myope, avec un objet situé à l'infini, et un objet situé au punctum remotum. (c) Correction de la myopie avec une lentille divergente  $L$ . Le punctum remotum est effectivement repoussé à l'infini.

**Correction de la myopie** Pour corriger un œil myope, on diminue la convergence totale en plaçant devant l'œil une lentille divergente  $L$  telle que l'image d'un point à l'infini se forme sur la rétine. Pour cela, on doit donc faire coïncider le foyer image  $F'_L$  du verre correcteur et le punctum remotum de l'œil :

$$A = \infty \xrightarrow{L} F'_L = P_R \xrightarrow{\text{œil}} R' \quad (1.4.1)$$

Ainsi, en utilisant la relation de conjugaison de la lentille, on doit avoir :

$$\frac{1}{\overline{LP_R}} - \frac{1}{\overline{LA}} = \frac{1}{\overline{LP_R}} = \frac{1}{f'_L} \quad (1.4.2)$$

**Correction avec des lunettes** Avec des lunettes, la correction se trouve à une distance

de l'œil  $\overline{LS_1} \sim 15$  mm. En considérant que  $\overline{LP_R} = \overline{LS_1} + \overline{S_1P_R}$ , on trouve que :

$$\frac{1}{f'_L} = \frac{1}{\overline{LS_1} + \overline{S_1P_R}} \quad (1.4.3)$$

Pour un œil myope tel que  $\overline{S_1P_R} = -25$  cm, on trouve  $1/f'_L = -4,25$ .

**Correction avec des lentilles de contact** Les lentilles les plus couramment utilisées sont les lentilles souples hydrophiles qui se moulent sur la cornée. Optiquement, elles se comportent comme une lentille mince placée au sommet cornéen  $S_1$ . Comme précédemment, on trouve que  $1/f'_S = 1/\overline{S_1P_R}$ , soit dans notre exemple où  $\overline{S_1P_R} = -25$  cm,  $1/f'_L = -4$ . On remarque que la correction est légèrement plus faible que dans le cas des lunettes.

**Hypermétropie** Un œil est *hypermétrope* ou *hyperope* si son foyer image  $F'$  est situé en arrière de la rétine : il est donc trop court ou moins convergent qu'un œil normal. Le punctum remotum est alors virtuel et localisé en arrière de l'œil : il faut donc que l'œil accommode en permanence, ce qui provoque une importante fatigue oculaire. Le punctum proximum est réel, mais plus éloigné que celui d'un œil normal. Voir la figure 1.7 pour un schéma de l'œil hypermétrope reprenant ces concepts.

**Correction de l'hypermétropie** On corrige l'hypermétropie avec une lentille convergente qui donne d'un point à l'infini une image au punctum remotum de l'œil hypermétrope. Le foyer image de la lentille se trouve donc en  $P_R$  (voir figure 1.7 (c)). Comme pour la myopie, on ramène artificiellement le punctum remotum à l'infini.

Pour un œil hypermétrope typique, la distance algébrique  $\overline{S_1P_R}$  est de l'ordre de +0,2 m. Ainsi, la distance focale image de la lentille correctrice doit être égale à :

$$\frac{1}{f'_L} = \frac{1}{\overline{LP_R}} = \frac{1}{\overline{LS_1} + \overline{S_1P_R}} = 4,65 \quad (1.4.4)$$

**Astigmatisme** L'astigmatisme se caractérise par une anomalie de courbure de la cornée qui présente alors une forme irrégulière : elle est ellipsoïdale au lieu d'être sphérique. Par exemple, la courbure de la cornée sera différente dans une coupe horizontale que dans une coupe verticale. La vergence devient donc dépendante de la direction d'observation. L'image d'un point par un œil astigmatique n'est pas un point, mais une image étalée : les rayons lumineux se focalisent en des points différents en arrière et en avant de la rétine, provoquant une déformation de l'image. En pratique, l'œil focalise sur l'une de ces deux images, et les lignes horizontales (par exemple) apparaissent nettes, mais pas les lignes verticales.

**Correction de l'astigmatisme** L'astigmatisme peut être corrigé par des lunettes ou de lentilles de contact dont le verre est cylindrique ou torique. La vergence est donc différente selon la direction, et peut donc corriger le stigmatisme.

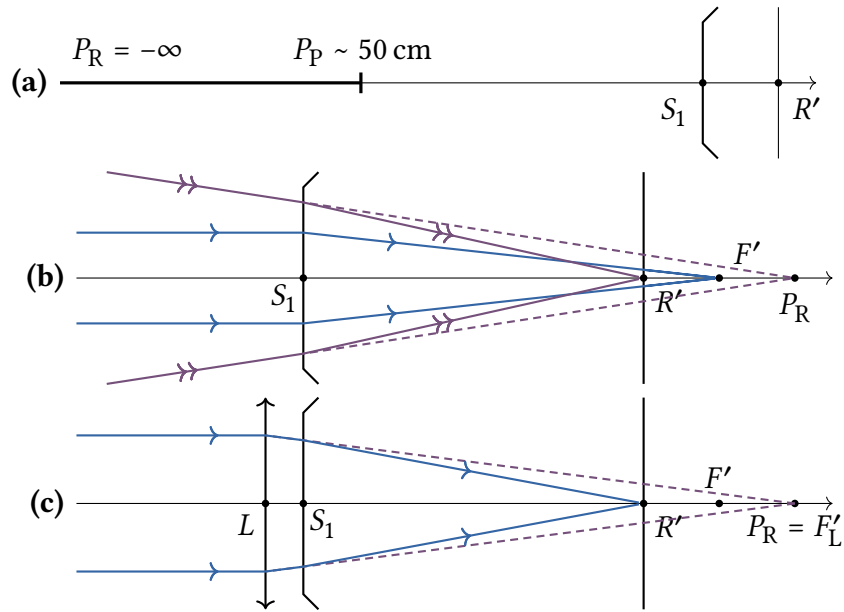


FIGURE 1.7 – (a) Parcours d’accommodation d’un œil hypermétrope typique. (b) Trajet des rayons lumineux dans le cas d’un œil hypermétrope, avec un objet situé à l’infini, et un objet situé au punctum remotum. (c) Correction de l’hypermétropie avec une lentille convergente  $L$ . Le punctum remotum est effectivement ramené à l’infini.

**La presbytie** La faculté d’accommodation diminue avec l’âge, et le parcours d’accommodation se réduit. Si le punctum remotum reste fixe, le punctum proximum s’éloigne de l’œil : la convergence maximum de l’œil diminue. Pour corriger la presbytie, on augmente la convergence en plaçant devant l’œil une lentille convergente qui rapproche le punctum proximum mais aussi le punctum remotum.

## 2 Instruments d'optiques classiques

L'intérêt pratique de l'optique géométrique est qu'elle permet de concevoir des instruments d'observation. L'œil est un instrument d'optique permettant de voir des objets aussi petits qu'une fraction de millimètre et à des distances allant d'une dizaine de centimètres à l'infini. Des instruments d'optique ont été développés pour étendre ces capacités d'observation afin par exemple d'observer des objets très petits à faibles distances (loupe, microscope), et des corps très grands mais éloignés (lunette, télescope).

### 2.1 Classification des instruments

On classe généralement les instruments en deux grandes catégories :

**Instruments subjectifs** Les instruments subjectifs donne une *image virtuelle* directement observable par l'œil. Les loupes, microscopes, lunettes et télescopes font partie de cette classe.

**Instruments objectifs** Les instruments objectifs donnent une image réelle d'un objet réel ; cette image est projetée sur un écran. Les projecteurs, objectifs photographiques ou encore l'œil sont des exemples d'instruments objectifs.

Un instrument d'optique peut être caractérisés par différentes grandeurs :

**Taille de l'image** Suivant le type d'instrument, on utilisera le *grandissement*, le *grossissement* ou la *puissance*.

**Pouvoir séparateur** Il définit la distance angulaire entre les deux points les plus proches de l'objet dont l'instrument donne deux images distinctes.

**Champ** Le *champ* correspond à l'étendue de l'espace observable à travers l'instrument.

**Clarté** Le rapport entre les intensités lumineuses obtenues avec l'instrument et sans lui est appelé *clarté*.

**Instruments subjectifs** Ces instruments donnent d'un objet réel  $A_oB_o$  situé à distance finie ou infinie une *image virtuelle*  $A_iB_i$  directement observée par l'œil. Dans ce cas, la taille de l'image sera caractérisée par l'angle  $\alpha_i$  sous lequel on l'observe. On appelle cet angle le *diamètre apparent*.

Si l'objet est proche, comme dans le cas d'une loupe ou d'un microscope, on caractérise l'instrument par la puissance  $P$  définie comme :

$$P = \frac{\alpha_i}{A_oB_o} \quad (2.1.1)$$

L'unité de  $P$  est la dioptrie. Si l'image est observée à l'infini (donc sans accommodation de l'œil), on parle alors de *puissance intrinsèque*  $P_i$ .

Si l'objet est éloigné ou à l'infini, comme dans le cas d'une lunette ou d'un télescope, on cherche à comparer le diamètre apparent de l'objet vu avec ou sans l'instrument. On définit ainsi le *grossissement* :

$$\boxed{G = \frac{\alpha_i}{\alpha_o}} \quad (2.1.2)$$

On parle de *grossissement commercial*  $G_c$  si l'objet est observé sans instrument au punctum proximum fixé par convention à 25 cm.

**Instruments objectifs** Dans le cas des instruments objectifs, l'image  $A_iB_i$  est réelle, et la grandeur significative est le grandissement transversal :

$$\boxed{\gamma = \frac{A_iB_i}{A_oB_o}} \quad (2.1.3)$$

## 2.2 La loupe

La loupe est l'instrument optique le plus simple, constitué d'une lentille convergente de distance focale pouvant aller de 10 à 100 mm. Elle permet de donner une image virtuelle agrandie d'un objet proche, et permet d'augmenter le pouvoir séparateur de l'œil. L'objet à observer doit être placé entre la lentille et le foyer objet. S'il est situé exactement au foyer, l'image virtuelle est localisée à l'infini, et l'œil n'a pas besoin d'accommoder pour observer l'image.

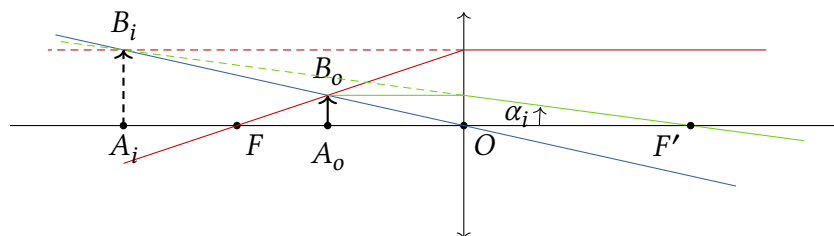


FIGURE 2.1 – Modélisation de la loupe par une simple lentille convergente.

Lorsque l'œil est placé proche du point focal image, ou si l'image est à l'infini, le diamètre apparent de l'image virtuelle formée par la loupe est  $\alpha_i$ , tel que représenté en figure 2.1. On a alors :

$$\alpha_i \approx \tan \alpha_i = \frac{A_oB_o}{f'} \quad \Rightarrow \quad P_i = \frac{\alpha_i}{A_oB_o} \approx \frac{1}{f'} \quad (2.2.1)$$

## 2.3 Le microscope

Le microscope permet d'obtenir une image agrandie d'objets de petites dimensions et de séparer les détails de cette image. Il est constitué de deux systèmes optiques assimilables à des lentilles : l'objectif  $L_1$  de focale image  $f_i^{(1)}$  et l'oculaire  $L_2$  de focale image  $f_i^{(2)}$ . Le schéma optique simplifié du microscope est donné en figure 2.2. L'objet  $A_0B_0$  donne par l'objectif  $L_1$  une image renversée, agrandie et réelle  $A_1B_1$  située entre l'oculaire  $L_2$  et son foyer objet  $F_2$ . L'oculaire joue alors le rôle de loupe, et agrandit encore cette image. Pour que l'œil n'accomode pas, il faut que l'image donnée par l'objectif se forme dans le plan focal de l'oculaire. La mise au point s'effectue en modifiant la distance entre l'objet et la face d'entrée de l'objectif. L'intervalle optique du microscope  $\Delta = \overline{F_i^{(1)}F_o^{(2)}}$  est la distance entre le foyer image de l'objectif  $F_i^{(1)}$  et le foyer objet de l'oculaire  $F_o^{(2)}$ .

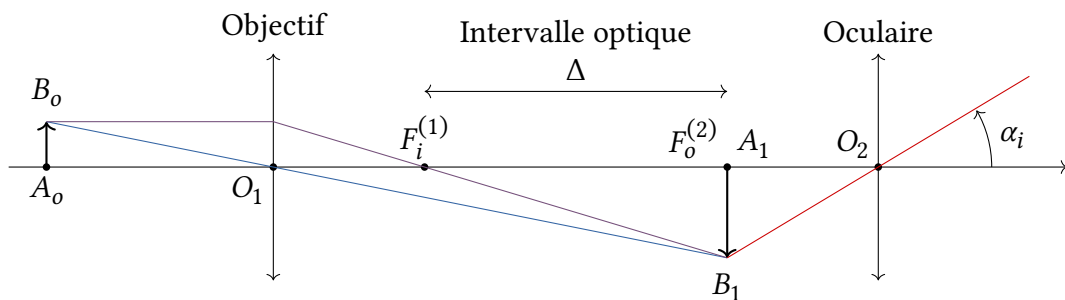


FIGURE 2.2 – Schéma optique simplifié du microscope.

La puissance du microscope est par définition :

$$P = \frac{\alpha_i}{A_0B_0} = \frac{\alpha_i}{A_1B_1} \frac{\overline{A_1B_1}}{A_0B_0} = |\gamma_{\text{obj}}| P_{\text{oc}} \quad (2.3.1)$$

Ainsi, la puissance du microscope est égale au produit de la valeur absolue du grandissement transversal de l'objectif  $\gamma_{\text{obj}}$  par la puissance de l'oculaire  $P_{\text{oc}}$ .

**Q 2.3 - 1** Montrer que le grandissement transversal de l'objectif peut s'écrire :

$$\gamma_{\text{obj}} = -\frac{\Delta}{f_i^{(1)}} \quad (2.3.2)$$

En déduire que la puissance intrinsèque (c'est-à-dire quand l'image finale est à l'infini) peut s'écrire :

$$P_i = \frac{\Delta}{f_i^{(1)} f_i^{(2)}} \quad (2.3.3)$$

Que vaut la puissance de l'oculaire ?

**Q 2.3 - 2** En considérant le cas où on observe directement l'objet  $A_0B_0$  placé au

punctum proximum, soit à 25 cm de l'œil, donner l'expression du diamètre apparent  $\alpha_o$ . En déduire le grossissement commercial du microscope en fonction de sa puissance intrinsèque  $P_i$ .

**Q 2.3 - 3** Application numérique : on prend  $f_i^{(1)} = 5,4 \text{ mm}$ ,  $f_i^{(2)} = 17 \text{ mm}$  et  $\Delta = 16 \text{ cm}$  (valeur normalisée). En déduire  $\gamma_{\text{obj}}$ ,  $P_{\text{oc}}$ ,  $P_i$  et  $G_c$ .

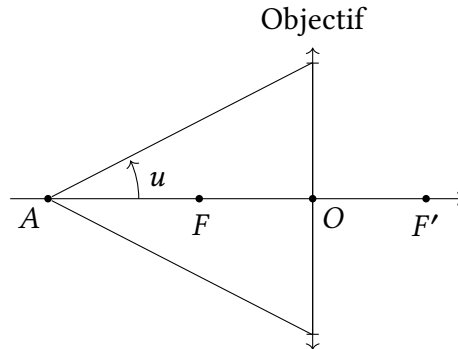


FIGURE 2.3 – Angle d'ouverture de l'objectif du microscope.

La *latitude de mise au point* ou *profondeur de champ* est l'intervalle des distances entre l'objet et l'objectif tel que l'image soit visible par l'œil de façon nette. Il faut donc que l'image virtuelle  $A_i B_i$  par l'oculaire soit localisée dans le parcours d'accommodation de l'œil, c'est-à-dire à une distance de celui-ci comprise entre le punctum proximum et le punctum remotum. Dans le cas du microscope, on peut montrer qu'elle est donnée par :

$$l = \frac{A}{P^2} \sim \frac{1}{4G_c^2} \quad (2.3.4)$$

où  $A \sim 4$  est l'amplitude d'accommodation. Pour le microscope type que nous avons étudié précédemment,  $G = 450$  donne  $l = 1,2 \mu\text{m}$ . Cette très faible profondeur de champ impose une monture mécanique très stable et un mouvement lent et micrométrique de la partie optique du microscope par rapport à l'objet.

On définit l'*ouverture numérique* notée  $ON$  la quantité :

$$ON = n_o \sin u \quad (2.3.5)$$

où  $n_o$  est l'indice du milieu dans lequel baigne l'objet à observer, et  $u$  est le demi-angle d'ouverture maximale de l'objectif (voir figure 2.3). L'ouverture numérique est liée à la limite de résolution du microscope : la distance minimale entre deux points  $A$  et  $B$  permettant de distinguer ces deux points à travers le microscope est en effet imposée par le phénomène de diffraction. On montre que :

$$AB_{\text{min}} = \frac{1,22\lambda_0}{2 ON} \quad (2.3.6)$$

avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide. On reconnaît la formule de diffraction d'une ouverture circulaire vue dans le chapitre sur la diffraction. Plus le demi-angle d'ouverture est grand,

plus l'ouverture numérique est importante, et meilleure sera la résolution. On peut également travailler avec des microscopes à *immersions*, pour lequel le dioptre d'entrée de l'objectif est plongé dans un liquide dont l'indice de réfraction, de l'ordre de 1,4, permet d'obtenir une plus grande ouverture numérique.

## 2.4 La lunette astronomique et le télescope

Les lunettes et télescopes sont destinés à l'observation d'objets éloignées, voire même à l'infini dans le cas des lunettes et télescopes astronomiques.

**Lunette astronomique** Une lunette astronomique se compose d'un objectif convergent  $L_1$  de grande distance focale  $f_i^{(1)}$  et d'un oculaire convergent  $L_2$  de distance focale beaucoup plus courte  $f_i^{(2)}$ . L'objet  $A_oB_o$  à observer étant à grande distance, son image à travers l'objectif est située dans son plan focal image. Pour que l'image finale soit observée à l'infini, il faut que le foyer image de l'objectif  $F_i^{(1)}$  et le foyer objet de l'oculaire  $F_o^{(2)}$  coïncident. Le système est alors dit *afocal* : un objet à l'infini donnera une image à l'infini. La distance  $e = L_1L_2$  entre les deux lentilles est appelée *encombrement* et vaut  $e = f_i^{(1)} + f_i^{(2)}$ . Le schéma optique simplifié d'une lunette astronomique est donné en figure 2.4.

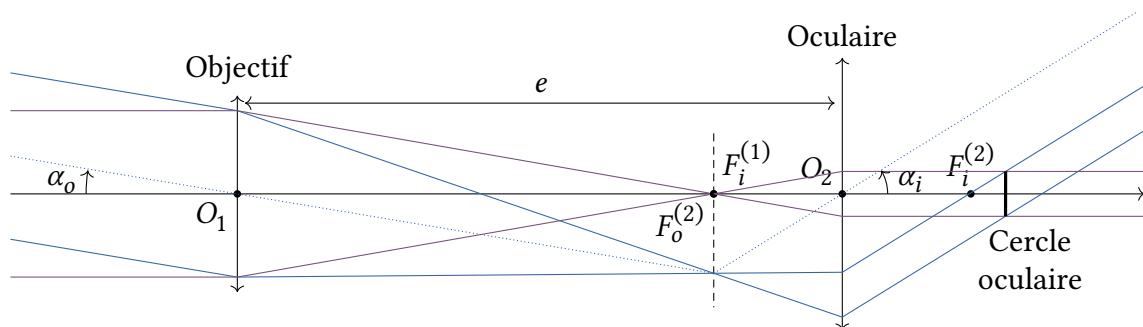


FIGURE 2.4 – Schéma optique simplifié d'une lunette astronomique.

La lunette est caractérisée par son grossissement  $G = \alpha_i/\alpha_o$  où  $\alpha_o$  et  $\alpha_i$  sont les angles sous lesquels sont vus l'objet à l'œil nu et son image à travers la lunette (mesurés depuis l'axe optique vers les rayons incidents et émergents).

---

Démonstration grossissement.

---

$$G = \frac{\alpha_i}{\alpha_o} = -\frac{f_i^{(1)}}{f_i^{(2)}} \quad (2.4.1)$$

Le grossissement sera donc d'autant plus grand que la focale de l'objectif sera grande et celle de l'oculaire petite. Les deux lentilles étant convergentes, le grossissement est négatif et

l'image est donc renversée.

Le dioptre d'entrée de l'objectif constitue la *pupille d'entrée* limitée par le *diaphragme d'ouverture* de l'instrument, et la *pupille de sortie* ou *cercle oculaire* est l'image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire. Il faut placer l'œil dans le plan du cercle oculaire pour recevoir le flux lumineux maximum. Si la monture de l'objectif a un diamètre  $D$ , alors le cercle oculaire a un diamètre  $d = D/|G|$ .

Comme dans le cas du microscope, le pouvoir séparateur de la lunette est limité par la diffraction due à la pupille d'entrée. Le plus petit angle résoluble par la lunette est donné par :

$$\alpha_m = \frac{1,22\lambda_o}{D} \quad (2.4.2)$$

avec  $D$  le diamètre de la pupille d'entrée.

**Lunette de Galilée** Pour les observations terrestres, on utilise la *lunette de Galilée*, formée par un objectif convergent et un oculaire divergent. Dans ce cas, le grossissement est positif et l'image est alors droite. Du fait de l'association de lentilles convergente et divergente en position afocale ( $F_i^{(1)} = F_o^{(2)}$ ), l'encombrement de la lunette de Galilée est plus faible que celui de la lunette astronomique. L'inconvénient est que le cercle oculaire est alors virtuel, ce qui empêche d'y placer son œil. On perd donc en luminosité et le champ visuel est limité par un cercle noir au bord flou.

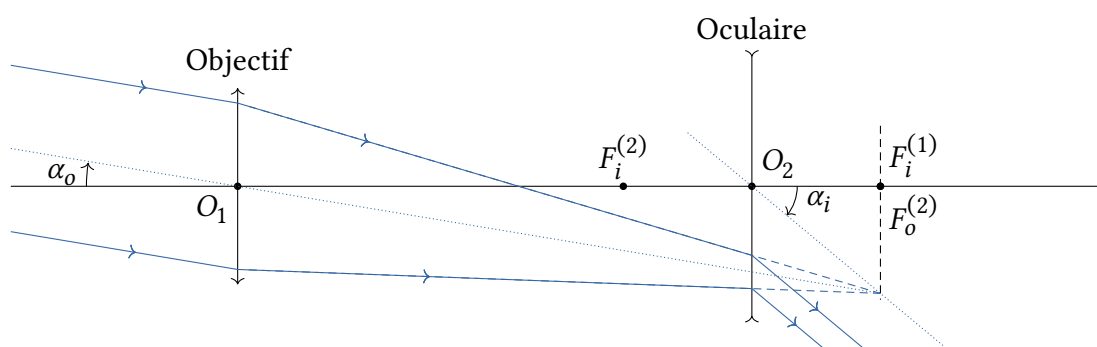


FIGURE 2.5 – Schéma optique simplifié d'une lunette de Galilée.

**Télescope** Un télescope se différencie d'une lunette astronomique par le fait qu'il possède un ou plusieurs *miroirs* comme composants essentiels. S'il n'est composé que de miroirs, on parle de *télescope réflecteur*, s'il fait intervenir un élément réfractif, on parle alors de système *catadioptrique*. Il existe différentes architectures de télescopes, mais toutes utilisent trois éléments principaux :

**Miroir primaire** Ce miroir sphérique, parabolique ou hyperbolique joue le rôle de collecteur de lumière, comme l'objectif de la lunette. Plus son diamètre est grand, plus le télescope sera lumineux, mais également plus son pouvoir séparateur sera grand.

**Miroir secondaire** Le miroir secondaire permet de dévier les rayons lumineux hors de l'axe optique pour pouvoir les observer.

**Oculaire** Comme pour la lunette, on peut rajouter un oculaire en sortie du télescope pour une observation à l'œil.

Comme dans le cas de la lunette, le grossissement du télescope vaut :

$$G = \pm \frac{f_i^{(1)}}{f_i^{(2)}} \quad (2.4.3)$$

où  $f_i^{(1)}$  est la distance focale du miroir primaire et  $f_i^{(2)}$  celle de l'oculaire. Le signe du grossissement dépend de l'architecture de télescope choisie. La figure 2.6 rassemble les descriptions de 2 types principaux de télescopes.

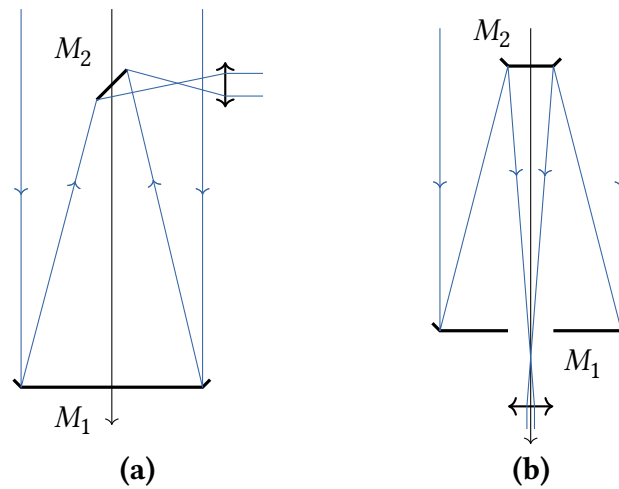


FIGURE 2.6 – (a) Télescope de Newton : il est composé d'un miroir primaire parabolique ou sphérique et d'un miroir secondaire plan. (b) Télescope de Cassegrain : il est composé à l'origine d'un miroir primaire concave parabolique et d'un miroir secondaire convexe hyperbolique dont le foyer coïncide avec le foyer image primaire. Il en existe de nombreuses variantes et c'est l'un des plus utilisés.

Le télescope possède un certain nombre d'avantages par rapport à la lunette astronomique qui font qu'il est maintenant quasiment le seul à être utilisé dans le monde scientifique :

- Il est bien plus facile de construire un très grand miroir qu'une très grande lentille. Ainsi, les plus grands objectifs de lunettes ont un diamètre ne dépassant que rarement le mètre quand le plus grand télescope a un diamètre de 10,8 m. Au delà, on peut également utiliser plusieurs miroirs, ce qui est impossible avec une lunette.
- L'angle de réflexion ne dépend pas de la longueur d'onde alors que l'indice d'une lentille en dépend. Un télescope ne souffre donc pas d'aberrations chromatiques (voir section 3), contrairement à une lunette.
- Le télescope n'induit pas de perte lumineuse à la traversée des dioptries.

Les grands télescopes actuels bénéficient en outre de systèmes d'*optique adaptative* pour corriger la turbulence de l'atmosphère. C'est cette turbulence qui provoque le scintillement des étoiles, phénomène amplifié par l'usage du télescope. Un système d'optique adaptative vient déformer la surface du miroir principal en temps réel pour compenser les perturbations atmosphériques. Une autre solution pour s'affranchir de ces perturbations consiste à envoyer un télescope dans l'espace, en dehors de l'atmosphère : c'est le cas du télescope spatial Hubble.

## 2.5 L'appareil photographique

L'appareil photographique est un système optique simplement constitué d'un système centré, l'*objectif* et d'un film analogique ou d'un capteur numérique (voir figure 2.7). En première approximation, l'objectif peut être assimilé à une lentille mince  $L$  de focale  $f'$ , précédée d'un *diaphragme*  $\mathcal{D}$  qui permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'appareil. La plupart des objectifs sont en réalité composés d'un nombre variable de lentilles, afin de corriger les aberrations géométriques et chromatiques ou de réaliser un *zoom*, c'est-à-dire un objectif dont la longueur focale est variable. Un exemple de l'assemblage de lentilles dans un zoom actuel est représenté en figure 2.7 (b).

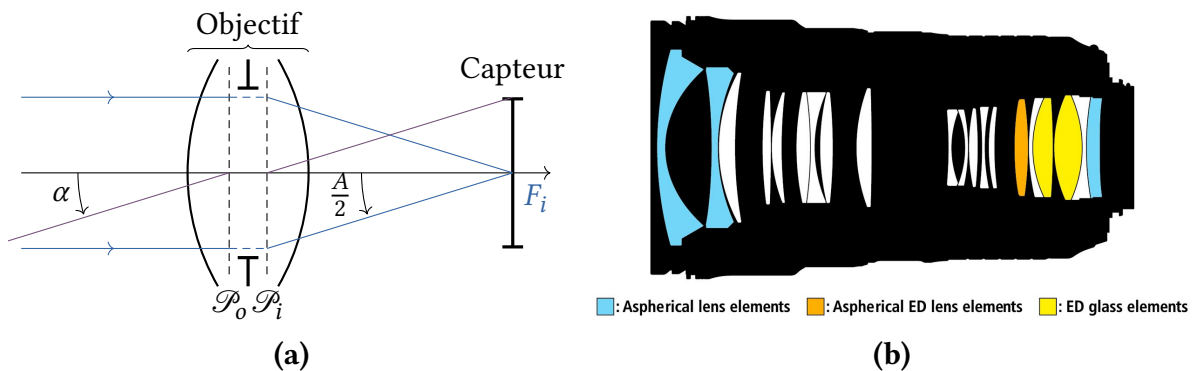


FIGURE 2.7 – (a) Schéma d'un appareil photographique composé d'un système optique centré et d'un capteur. (b) Exemple d'une construction d'un zoom dont la longueur focale peut varier de 24 mm à 70 mm.

**Focale et champ angulaire** L'angle de champ est l'étendue angulaire que l'appareil photographique permet de capturer. Il est lié à la fois à la taille du capteur et à la longueur focale. En prenant la figure 2.7, on voit en effet que le rayon extrême conduit à trouver pour le demi-angle de champ  $\alpha$  :

$$\tan \alpha = \frac{d}{2f_i} \quad (2.5.1)$$

où  $d$  est la dimension maximale du capteur, c'est-à-dire sa diagonale. Ainsi, si la longueur focale de l'objectif  $f_i$  augmente, l'angle de champ diminue. Le tableau suivant donne les valeurs des champs angulaires pour quelques valeurs de longueurs focales, pour un capteur de 24 mm par 36 mm, format standard appelé *plein format*, ou *full-frame* en anglais.

Focale [mm]	21	35	50	135	300
Champ $2\alpha$ [°]	91	63	46	18	8

Le champ angulaire de l'œil étant d'environ  $45^\circ$ , on classe les objectifs selon leurs longueurs focales :

- Pour  $f_i \in [35 \text{ mm} - 85 \text{ mm}]$  on parle d'angle de champ moyen.
- Pour  $f_i < 35 \text{ mm}$  l'objectif est un *grand angle* et permet de photographier une scène très vaste. Les objectifs grand angles sont particulièrement utilisés pour les paysages ou en architecture.
- Pour  $f_i > 85 \text{ mm}$ , c'est un *téléobjectif* permettant de grossir largement un détail. Les téléobjectifs sont particulièrement utilisés en photographie animalière, en sport.

On remarque qu'on n'a pas fait l'approximation  $\tan \alpha \sim \alpha$ . Pour des longueurs focales faibles devant la taille du capteur, l'angle de champ peut en effet être grand, et l'approximation de Gauss n'est plus vérifiée. Ceci pose des problèmes de conceptions des objectifs grand angles, puisque les dioptries sphériques ne peuvent plus être considérés comme stigmatiques. On utilise alors des dioptries asphériques, comme dans l'objectif de la figure 2.7 (b), ce qui est particulièrement délicat et coûteux à fabriquer.

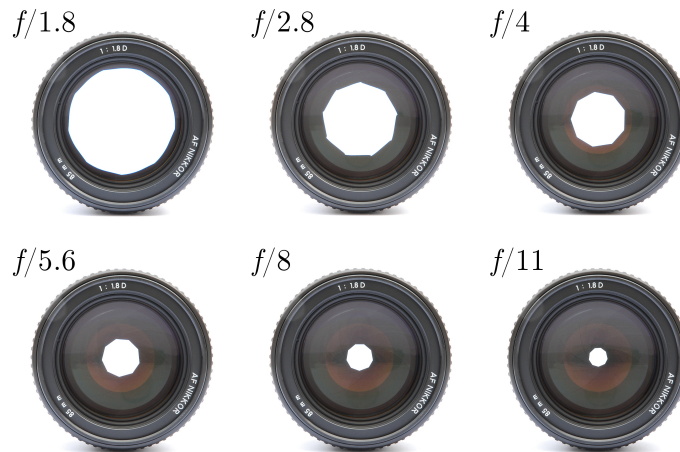


FIGURE 2.8 – Objectif de 85 mm pour différents nombres d'ouverture  $N$ .

**Ouverture** On appelle *ouverture* le diamètre  $D$  du diaphragme  $\mathcal{D}$ . Le flux lumineux incident sur le capteur ou la pellicule est proportionnel à la surface de l'ouverture, et donc au carré de l'ouverture :  $\Phi \propto D^2$ . Ainsi, si on divise l'ouverture  $D$  par 2, le flux lumineux incident sera divisé par 4. Pour évaluer la quantité de lumière incidente sur le capteur, on définit l'*angle d'ouverture*  $A$  comme sur la figure 2.7. Dans l'approximation des petits angles, on a :

$$A \approx \tan A \approx \frac{D}{f_i} \quad (2.5.2)$$

Pour une luminosité extérieure constante, la quantité de lumière incidente sur le capteur ne dépend donc que du rapport entre le diamètre du diaphragme et la longueur focale. En

pratique, on utilise le *nombre d'ouverture*  $N = f'/D$ , et le flux lumineux par unité de surface au niveau du capteur sera ainsi proportionnel à  $N^2$ . Les nombres d'ouvertures sont donc normalisés selon une progression géométrique de raison  $\sqrt{2}$  : d'un nombre d'ouverture au suivant le flux lumineux a été divisé par 2. Pour une focale normale  $f_i = 50$  mm, les nombres d'ouvertures correspondent aux diamètres suivant :

$N$	1,4	2	2,8	4	5,6	8
$D$ [mm]	36	25	18	12,5	9	6,25

L'appareil photographique permet également de contrôler la quantité de lumière reçue par le capteur grâce au *temps d'exposition*  $t_p$ , c'est-à-dire la durée où le capteur est éclairé par la scène à photographier. La série des temps d'exposition est généralement exprimée en terme de *vitesse d'obturation*, soit l'inverse de  $t_p$  : 1000, 500, 250, 125, ... où l'indication « 500 » signifie  $t_p = 1/500$  s. Ainsi, un nombre d'ouverture de 2,8 et un temps de pose de 1/125 s donnera une exposition identique à un nombre d'ouverture de 4 et un temps de pose de 1/60 s. Cependant, ces deux photographies ne seront pas identiques, car l'ouverture modifie une autre caractéristique de la prise de vue : la profondeur de champ.

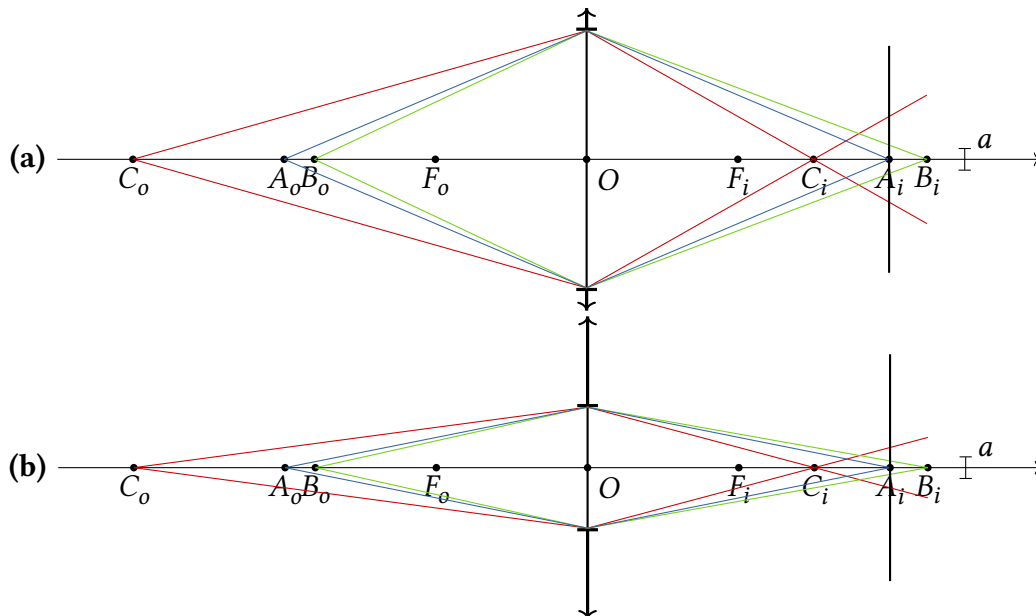


FIGURE 2.9 – Profondeur de champ d'un appareil photo. (a) L'ouverture est très grande ( $NO$  faible), la profondeur de champ petite. (b) Pour une ouverture plus faible ( $NO$  plus élevé), les tâches images sont plus petites et la profondeur de champ plus grande.

**Profondeur de champ** Afin de rendre nette une image  $A_i$  d'un objet  $A_o$ , on déplace l'objectif par rapport au capteur. Ce faisant, d'autres points de l'image peuvent perdre leur netteté. On appelle *profondeur de champ* la distance maximale entre 2 objets dont l'image peut être considérer comme nette sur le capteur. Pour pouvoir être considérée comme nette,

l'image d'un point doit être un tâche de taille inférieure au *cercle de confusion*. Ce cercle de confusion est généralement pris comme étant de la taille d'un grain de pellicule, ou la taille d'un pixel de capteur, soit typiquement  $a = 10 \mu\text{m}$ .

On montrera en travaux dirigés que la profondeur de champ :

- augmente lorsque le nombre d'ouverture augmente,
- augmente lorsque la distance entre l'objet et l'objectif augmente,
- augmente lorsque la focale diminue.

Les représentations de la figure 2.9 illustre l'influence de l'ouverture sur la profondeur de champ.

## 3 Aberrations

Une *aberration* est un défaut d'un système optique qui conduit à une déformation des images. On classe les aberrations en deux catégories principales :

- Les *aberrations géométriques* qui sont dues à certains paramètres géométriques du système : taille du faisceau, angle d'incidence, position de la pupille.
- Les *aberrations chromatiques* qui découlent du fait que les indices des milieux utilisés dépendent de la longueur d'onde : c'est la dispersion.

### 3.1 Aberrations géométriques

**Aberration sphérique** Lorsqu'on éclaire une lentille (ou un miroir sphérique) par un faisceau de rayons parallèles, les rayons proches de l'axe (ceux satisfaisant l'approximation de Gauss) convergent au *foyer paraxial*. En revanche, les rayons extérieurs convergent en un point légèrement décalé en avant du foyer paraxial. Les rayons passant par l'extrémité de la lentille sont dit *marginiaux* et convergent au *foyer marginal*. Ainsi, la position du foyer est dépendante de la distance  $h$  entre l'axe optique et le faisceau considéré. On observe que la lumière sortante a une plus grande concentration sur une surface appelée *surface caustique* formée de deux nappes : la *nappe tangentielle* correspondant à l'enveloppe des rayons émergents, et la *nappe sagittale* formée d'un segment de droite allant du foyer paraxial au foyer marginal. Selon la place de l'écran qui vient intercepter la lumière sortante, on obtient des taches différentes, avec des distributions d'intensité lumineuse différentes. Ces points sont illustrés en figure 3.1.

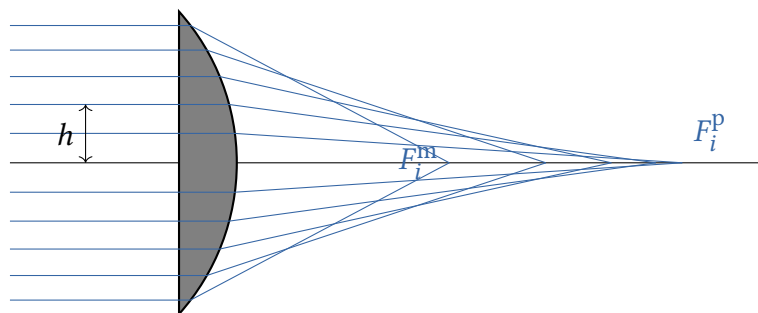


FIGURE 3.1 – Caustique : tracé des rayons émergents d'un faisceau parallèle pour une lentille plan-convexe. Ces rayons ne convergent pas tous aux mêmes endroits. L'enveloppe de ces rayons forme la caustique.

L'aberration sphérique peut être corrigée en utilisant des lentilles *asphériques* dont la courbure des dioptries a été calculée pour obtenir un seul point focal. Si on ne dispose pas d'une

telle lentille, on peut minimiser l'influence de l'aberration sphérique en plaçant toujours le côté bombé de la lentille du côté des rayons les moins inclinés. On appelle cette règle la règle de 4P : plus plat plus près. On voit également que la contribution principale à cette aberration provient des rayons les plus extérieurs à la lentille. L'utilisation d'un diaphragme pour imposer  $h$  faible, et donc un meilleur respect des conditions de Gauss, permet de diminuer l'aberration sphérique.

**Coma** Dans le cas de rayons obliques, c'est-à-dire arrivant avec un angle d'incidence par rapport à l'axe optique différent de 0, on obtient également une tache qui diffère selon la place de l'écran. Sur les bords de l'écran, cette tache a un aspect de comète, d'où le nom d'*aberration de coma*.

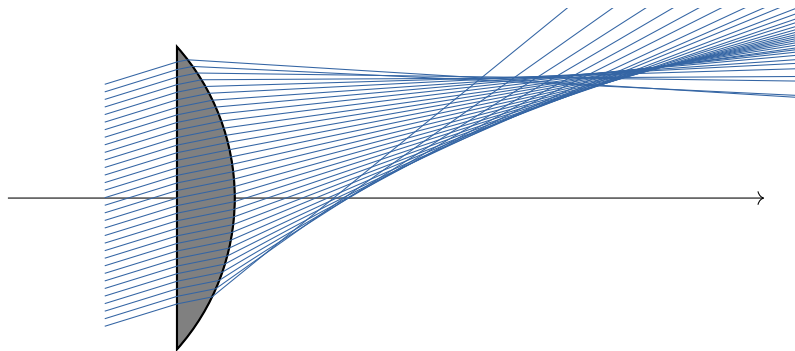


FIGURE 3.2 – Aberration de la coma : les rayons incidents avec un angle important ne convergent pas au même point.

**Astigmatisme** On appelle *plan tangentiel* le plan qui contient l'axe optique et un point objet  $B$  éloigné de l'axe. Le rayon issu de  $B$  et qui passe par le centre de la lentille est appelé rayon principal. On appelle *plan sagittal* le plan qui contient le rayon principal et qui est perpendiculaire au plan tangentiel (voir figure 3.3).

L'astigmatisme se manifeste lorsque les rayons contenus dans le plan tangentiel ne convergent pas au même point que les rayons contenus dans le plan sagittal. Si on place un écran au niveau de l'image sagittale, on observe une ellipse très aplatie de grand axe contenu dans le plan tangentiel. Inversement, si on place un écran au niveau de l'image tangentielle, on observe une ellipse très aplatie de grand axe contenu dans le plan sagittal. La distance entre ces deux images est appelée *distance d'astigmatisme*.

**Distorsion** Il y a *distorsion* quand le grandissement linéaire n'est pas constant dans le plan objet. La distorsion se traduit ainsi par une déformation de l'image. Comme dans le cas de l'aberration sphérique et de la coma, elle résulte du fait que les rayons traversant les bords de la lentille sont plus déviés que ceux passant au voisinage du centre de la lentille. On peut la mettre en évidence en utilisant un diaphragme de faible ouverture permettant de sélectionner les rayons générant l'image (voir figure 3.4). Si le diaphragme est situé avant

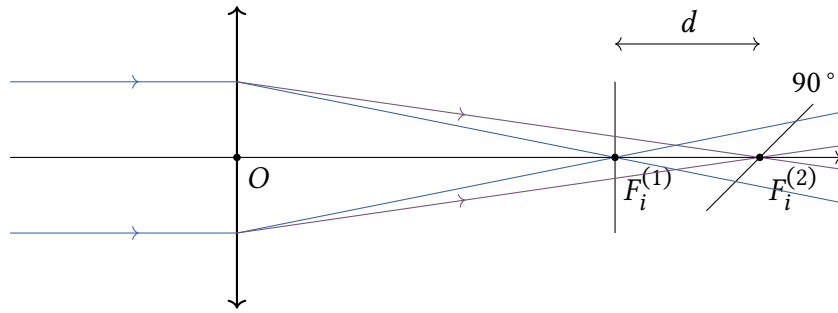


FIGURE 3.3 – Illustration de l’astigmatisme d’une lentille.

la lentille, le grandissement diminue pour les points éloignés de l’axe optique, et on parle alors de *distorsion en barillet*. Inversement, lorsque le diaphragme est situé après la lentille, le grandissement augmente avec la distance à l’axe, et on parle de *distorsion en coussinet*.

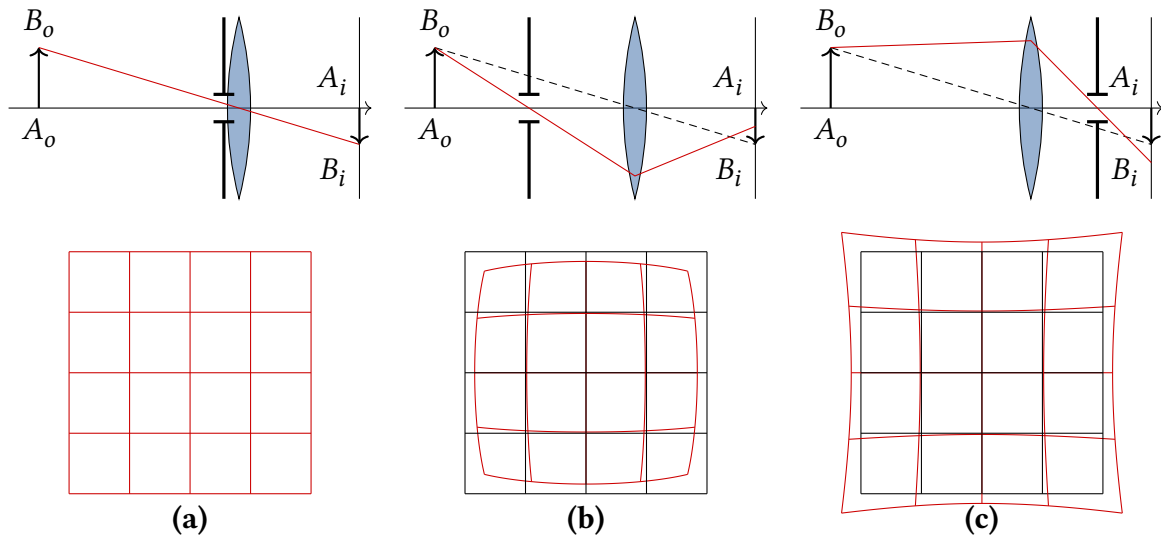


FIGURE 3.4 – Distorsion des images : (a) si le diaphragme est positionné sur la lentille, peu de distorsion est visible. (b) Lorsque le diaphragme est placé en avant de la lentille, on observe une distorsion en barillet, et (c) s’il est placé après, une distorsion en coussinet.

## 3.2 Aberrations chromatiques

Les indices de réfraction de tous les milieux matériels (verres, liquides, cristaux, ...) varient avec la longueur d’onde utilisée : c’est un phénomène appelé *dispersion*. On peut modéliser ces variations d’indices par plusieurs relations empiriques comme par exemple la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \quad (3.2.1)$$

où les paramètres  $A$ ,  $B$  et  $C$  dépendent du matériau considéré. La vergence d'un système optique dioptrique dépend de l'indice, et donc de la longueur d'onde utilisée. Par exemple, la vergence d'une lentille mince est donnée par :

$$V = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.2.2)$$

Comme  $n$  dépend de  $\lambda$ ,  $f'$  dépend aussi de la longueur d'onde. Cette lentille éclairée par un faisceau parallèle de lumière blanche donne donc une infinité d'images localisées entre les foyers du violet  $F_i^{(v)}$  et du rouge  $F_i^{(r)}$ . On appelle ce phénomène l'*aberration chromatique longitudinale* et une illustration est donnée en figure 3.5.

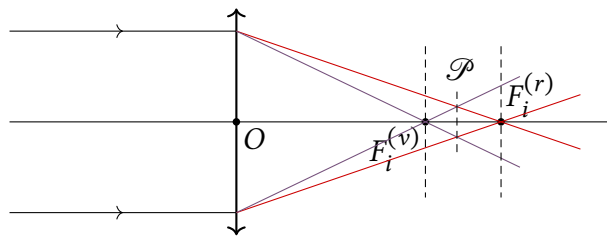


FIGURE 3.5 – Illustration de l'aberration chromatique longitudinale.

Si on déplace un écran perpendiculaire à l'axe de la lentille, on constate que la trace du faisceau émergent sur cet écran ne sera jamais un point. Elle aura un rayon minimal  $\rho$  dans le plan  $\mathcal{P}$  et sera alors presque blanche. Si l'écran est positionné dans le plan focal de  $F_i^{(v)}$ , la tache sera irisée de rouge alors qu'elle sera irisée de violet dans le plan focal de  $F_i^{(r)}$ . Le rayon  $\rho$  minimal s'appelle l'*aberration chromatique transversale*.

On cherche maintenant à évaluer la variation relative de la focale avec la longueur d'onde. L'expression de la vergence impose que la grandeur  $(n - 1)f'$  est constante. En prenant la dérivée logarithmique de cette expression, on obtient :

$$\frac{df'}{f'} + \frac{dn}{n - 1} = 0 \quad (3.2.3)$$

On caractérise la variation relative de focale  $\Delta f'/f'$  par le *pouvoir dispersif*  $K$  :

$$K = \frac{1}{A} = \frac{\Delta n}{n - 1} = -\frac{\Delta f'}{f'} \quad (3.2.4)$$

où on a aussi défini  $A = 1/K$ , appelé *constringence* ou *nombre d'Abbe*. Ce rapport est calculé pour certaines longueurs d'ondes de référence :

- Raie C  $\lambda_C = 656$  nm correspondant à la raie rouge de l'hydrogène.
- Raie D  $\lambda_D = 589$  nm : raie jaune du sodium.
- Raie F  $\lambda_F = 486$  nm : raie bleu-vert de l'hydrogène.

Ces longueurs d'ondes ont été choisies car elles correspondent pour la seconde au maximum de sensibilité de l'œil, et pour les deux extrêmes aux limites du spectre pour lesquelles l'œil

possède encore une bonne efficacité. On calcule donc la quantité

$$K = \frac{1}{A} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (3.2.5)$$

On peut ainsi classer les matériaux, et en particulier les verres selon leurs valeurs de  $A$  :

- Les *crowns* sont des verres de silicates de potassium et de calcium qui dispersent peu : leurs nombres d'Abbe sont élevés, typiquement entre 50 et 90. Leurs indices de réfraction sont faibles, de l'ordre de 1,52.
- Les *flints* sont des verres de silicates de potassium et de plomb, ayant une forte dispersion avec des nombres d'Abbe compris entre 20 et 50. Leurs indices sont élevés, entre 1,5 et 2.

La figure 3.6 permet de visualiser les compositions commerciales de verres en fonction de leurs indices de réfraction et leurs constringences.

**Correction des aberrations chromatiques** Pour corriger les aberrations chromatiques, on peut utiliser des verres optiques faiblement dispersifs, contenant en particulier de la fluorine, ou bien utiliser des montages de lentilles en *doublet* appelés *achromats*, dont nous allons étudier le principe.

La formule de Gullstrand pour une association de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  s'écrit :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2} \quad (3.2.6)$$

On prend la différentielle de cette expression pour faire apparaître les variations de  $f'$  avec la longueur d'onde :

$$-\frac{df'}{f'^2} = -\frac{df_1'}{f_1'^2} - \frac{df_2'}{f_2'^2} + \frac{e}{f_1' f_2'} \left( \frac{df_1'}{f_1'} + \frac{df_2'}{f_2'} \right) \quad (3.2.7)$$

Rendre le système achromatique signifie faire en sorte que  $df = 0$ . Comme  $-df_1'/f_1' = 1/A_1$  et  $-df_2'/f_2' = 1/A_2$ ,  $A_1$  et  $A_2$  étant les constringences relatives aux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  respectivement, on obtient la condition d'achromatisme :

$$e = \frac{A_1 f_1' + A_2 f_2'}{A_1 + A_2} \quad (3.2.8)$$

L'achromatisme trouvé par cette relation n'est rigoureux que pour deux longueurs d'ondes, par exemple pour les raies C et F ; il n'est donc pas parfait. Une amélioration consiste donc à utiliser 3 lentilles accolées pour corriger l'aberration chromatique pour 3 longueurs d'onde différentes ; on parle alors d'*apochromat*. L'apochromat permet également de corriger les aberrations sphériques pour deux longueurs d'onde, contre une seule pour le doublet achromatique.

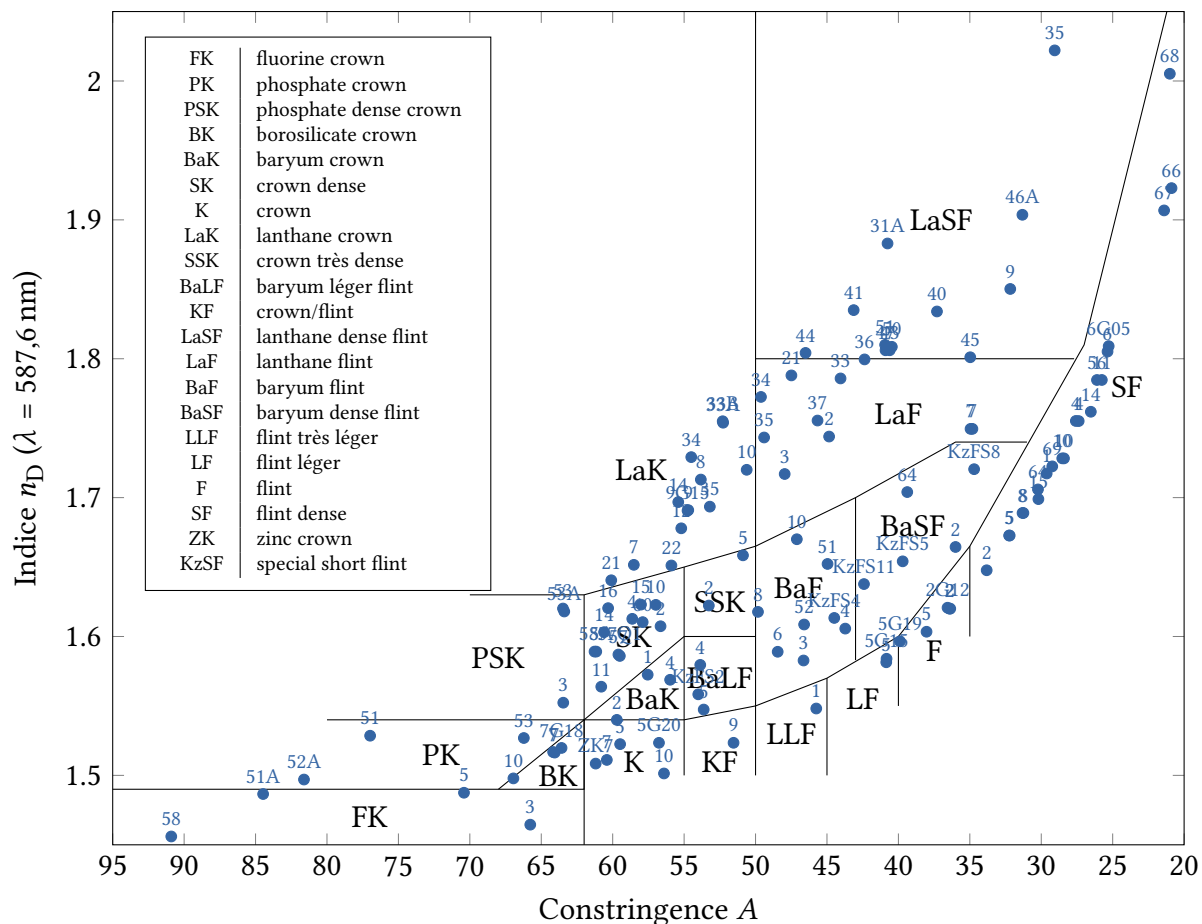


FIGURE 3.6 – Diagramme d'Abbe. Les verres sont classés selon un code de chiffre ou de lettres et visualisés dans des zones selon leur composition. Les verres *flint* sont situés à droite du diagramme, pour  $A < 50$ , et les verres *crown* sont à gauche, pour des constringences  $A > 50$ .